

## UNA APLICACION DE LOS CONTRASTES M Y DE LA MATRIZ DE INFORMACION DINAMICA: EL CASO DE LA DEMANDA DE DINERO NORTEAMERICANA 1960-1984

Teodosio PEREZ AMARAL\*

*Universidad Complutense de Madrid*

*Este trabajo estudia el comportamiento de los contrastes M y de la matriz de información dinámica aplicándolos a la especificación de la demanda de dinero para la economía norteamericana propuesta por Baba, Hendry y Starr (1987). Se concluye que los contrastes se comportan aceptablemente y que el modelo pasa la mayoría de los diagnósticos a excepción de los de autocorrelación de órdenes 3 y 8, lo que podría deberse a problemas derivados de la desestacionalización de los datos.*

### 1. Introducción

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento de los contrastes de momentos (M) y de la matriz de información dinámica (MID), consistentes y no consistentes a heteroscedasticidad, en el contexto de la ecuación de demanda de dinero en Estados Unidos de Baba, Hendry y Starr (1987), BHS. Los contrastes M fueron propuestos originalmente por Newey (1985) y los MID por White (1987).

En el contexto de regresión lineal, los contrastes de los multiplicadores de Lagrange (LM), los contrastes M y los contrastes MID, que usan un estimador de la forma de producto exterior de la matriz de información, son contrastes consistentes a heteroscedasticidad. Estos contrastes pueden ser computados como  $n$  (número de observaciones) veces el  $R^2$  (no ajustado por el uso de una constante) de una regresión auxiliar de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), donde la variable dependiente es una columna de unos y las variables explicativas son productos cruzados de los residuos estimados con los regresores y los residuos y regresores retrasados, Pérez (1993a).

Los contrastes LM, M y MID también están disponibles en versiones válidas sólo bajo homoscedasticidad; en ese caso usan estimadores de la forma

\* La idea originaria de este trabajo fue de Halbert White y Robert F. Engle. Se agradecen los comentarios de Jesús Albarracín, Juanjo Camio, Robert F. Engle, Ignacio Mauleón, Halbert White, los de dos evaluadores anónimos y del Director de la Revista. El apoyo informático ha corrido a cargo de Vicente Poveda, Luis Villanueva y Purificación González.

hesiana de la matriz de información y se pueden computar como  $nR^2$  de una regresión auxiliar por MCO de los residuos sobre productos cruzados de residuos retrasados y productos cruzados de los regresores de la ecuación original.

En la sección 2 se presentan los contrastes M y MID, en la 3 se replica la ecuación de BHS, en la 4 se incluyen los resultados de los diagnósticos y en la 5 las conclusiones.

## 2. Los contrastes M, LM y MID

Para aclarar brevemente la relación entre los diversos contrastes, centrémonos en la detección de autocorrelación de orden 1 en el modelo de regresión lineal. Se intenta contrastar si  $\text{corr}(u_t, u_{t-1}) = 0$ , pero como los errores ( $u_t$ ) no son observables, tendremos que utilizar los residuos y estudiar si  $\text{corr}(\hat{u}_t, \hat{u}_{t-1}) = 0$ . En este caso el contraste LM habitual se puede computar con la regresión auxiliar

$$\hat{u}_t \text{ sobre } \hat{u}_{t-1}, X_t \quad [1]$$

donde  $X_t$  representa los regresores del modelo original. El contraste consistiría en medir la significatividad de  $\hat{u}_{t-1}$  en la regresión anterior. El estadístico sería  $nR^2$  de la regresión anterior o bien la  $t$  del coeficiente de  $\hat{u}_{t-1}$ . Esta versión sería equivalente a la de  $nR^2$ , véase Engle (1984) y preferida a ella, por su mejor comportamiento en muestras pequeñas, véase Godfrey (1988).

Si  $X_t$  no contiene una variable dependiente retrasada, se puede suprimir de la regresión anterior, que quedaría:

$$\hat{u}_t \text{ sobre } \hat{u}_{t-1} \quad [2]$$

y el contraste sería el mismo que en [1].

Si se intentase detectar conjuntamente correlación de varios órdenes, la regresión auxiliar sería

$$\hat{u}_t \text{ sobre } \hat{u}_{t-1}, \dots, \hat{u}_{t-j}, X_t \quad [3]$$

o bien

$$\hat{u}_t \text{ sobre } \hat{u}_{t-1}, \dots, \hat{u}_{t-j} \quad [4]$$

si  $X_t$  no contiene variable dependiente retrasada, y el contraste sería  $nR^2$  o el estadístico F de los retardos de los residuos en la regresión auxiliar correspondiente, véase Engle (1984).

Los contrastes LM anteriores son válidos solamente bajo homoscedasticidad condicional. Bajo heteroscedasticidad, habría que modificar su computación, utilizando la regresión auxiliar

$$1 \text{ sobre } \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}, \hat{u}_t X_t \quad [5]$$

El contraste sería ahora  $nR^2$  de esta regresión o bien la  $t$  del primer regresor. En este caso, el papel de los regresores  $\hat{u}_i X_i$  sería el de obtener una estimación de la desviación típica del primer regresor que fuese consistente a heteroscedasticidad; véase Eicker (1963), White (1980) y Pérez (1993a).

Los contrastes LM anteriores son casos particulares de los contrastes M de Newey (1985). Estos contrastes utilizan momentos para la diagnosis de los modelos. Se trata de comprobar si momentos poblacionales que bajo especificación correcta deberían ser cero, lo son en la muestra. En el ejemplo anterior, el momento sería

$$E(u_i, u_{i-1}) = 0 \quad [6]$$

y utilizaríamos su análogo muestral para detectar si esa condición se cumple o no.

$$n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{u}_i \hat{u}_{i-1} \quad [7]$$

En el caso de este momento, los contrastes M y LM coinciden y acabamos de mostrar cómo se pueden computar los contrastes consistentes e inconsistentes a heteroscedasticidad.

El origen de muchos momentos que pueden ser útiles para la diagnosis es la igualdad de la matriz de información. Los contrastes MID, se obtienen a partir de la observación de que, bajo especificación correcta, una condición esencialmente necesaria para que un modelo esté correctamente especificado es que el gradiente esté serialmente incorrelacionado. Esta condición es el origen de un amplio conjunto de indicadores de especificación, y, en el caso de regresión lineal, uno de ellos coincide, precisamente con la condición de que  $E(u_i, u_{i-1}) = 0$ . El contraste basado en este indicador se llevaría a cabo de la misma forma que en el caso LM, en sus versiones consistente e inconsistente a heteroscedasticidad.

Otro ejemplo de indicador de mala especificación de la matriz de información dinámica sería

$$E(u_i, u_{i-1} x_{i-1}) = 0 \quad [8]$$

La computación de este contraste MID puede hacerse con regresiones auxiliares similares a las del caso LM, tanto bajo homoscedasticidad condicional

$$\hat{u}_i \text{ sobre } \hat{u}_{i-1} x_{i-1}, X_i \quad [9]$$

como bajo heteroscedasticidad condicional

$$1 \text{ sobre } \hat{u}_i \hat{u}_{i-1} x_{i-1}, \hat{u}_i X_i \quad [10]$$

Los contrastes M son una clase general de contrastes, siendo los LM y MID casos particulares. La computación de los tres tipos de contrastes es análoga, eligiéndose en cada caso la versión más apropiada en función de

su comportamiento en muestras finitas y de si se dan las circunstancias que permiten simplificar su computación. Los contrastes MID son, en su mayor parte, generalizaciones de contrastes de autocorrelación. Como hemos visto, los contrastes LM, M y MID están disponibles tanto en versiones consistentes a heteroscedasticidad como inconsistentes a heteroscedasticidad.

### 3. La ecuación de demanda de M1

En esta sección replicamos la ecuación definitiva de BHS. Se trata de un modelo de demanda de M1 para Estados Unidos con datos trimestrales 1960.II-1984.II. Se usan 97 observaciones, con errores estándar entre paréntesis, y se estima por mínimos cuadrados ordinarios. Las estimaciones se recogen en el Cuadro 1.

siendo  $m_t = \ln M1$  ajustado estacionalmente.

$p_t = \ln$  del deflactor del PNB ajustado estacionalmente.

$R_t =$  rendimiento de los bonos del Tesoro a 20 años.

$r_t =$  rendimiento de los bonos del Tesoro a 1 mes.

$\alpha_t =$  tipo impositivo marginal representativo.

$$S_t = \ln(1 + \alpha_t R_t) - \ln(1 + \alpha_t r_t).$$

$$AS_t = 1/3 (S_t + S_{t-1} + S_{t-2}).$$

$RMZ_t =$  máximo rendimiento de los instrumentos en M2 ajustado por el mecanismo de aprendizaje. Todas las variables cuyo nombre termina en  $z$  están ajustadas por el mecanismo de aprendizaje, que consiste en una media ponderada de la variable en cuestión, con ponderaciones decrecientes con la distancia en el tiempo.

$$rmz_t = \ln(1 + RMZ_t)$$

$$SZ_t = \ln(1 + \alpha_t r_t) - \ln(1 + \alpha_t RMZ_t)$$

$$ASZ_t = 1/2 (SZ_t + SZ_{t-1})$$

$y_t = \ln$  del PNB real.

$Ay_t = 2/3 y_t + 1/3 y_{t-1}$ . (polinomio de Almon usado por Rose (1984)).

$AVA_t =$  variabilidad media de los rendimientos de los bonos a largo plazo.

$$S^*AVA_t = (\max(0, R_t - r_t)). AVA_t.$$

$D_t =$  intervención para el período de control de crédito:  $-1$  en 1980.II,  $+1$  en 1980.III y  $0$  (cero) en los demás períodos.

$RMOC_t =$  máximo rendimiento de las cuentas NOW y SuperNOW.

$$rmoc_t = \ln(1 + \alpha_t RMOC_t).$$

CUADRO I  
Modelo definitivo de BHS y réplica

Modelo	BHS 97 observac.	Réplica 97 observac.
período	1960.II-1984.II	1960.II-1984.II
Constante	-0,337 (0,0355)	-0,337 (0,0354)
$\Delta (m-p)_{t-4}$	-0,243 (0,0864)	-0,242 (0,0496)
$(m-p-(1/2)y)_{t-2}$	-0,141 (0,0143)	-0,141 (0,0143)
$AS_t$	-1,749 (0,1734)	-1,748 (0,1733)
$Asz_t$	-0,662 (0,114)	-0,662 (0,114)
$rmz_t$	-0,889 (0,0864)	-0,889 (0,0864)
$\Delta P_t$	-0,744 (0,052)	-0,743 (0,0952)
$\Delta Ay_t$	0,338 (0,0550)	0,338 (0,055)
$AVA_{t-3}$	0,00439 (0,000725)	0,00438 (0,000725)
$S^*AVA_{t-1}$	0,155 (0,0233)	0,155 (0,0233)
$rmocz_t$	0,276 (0,1172)	0,277 (0,1172)
$\Delta rmocz_t$	0,461 (0,1172)	0,462 (0,1172)
$D_t$	0,013 (0,0028)	0,013 (0,0028)
$R^2$	0,858	0,858
$\hat{R}^2$	no se menciona	0,8376
$\hat{\sigma}$	0,378%	0,378%

Notas: Errores estándar entre paréntesis. Estimación por mínimos cuadrados ordinarios.

$RMOCZ_t$  = máximo rendimiento de las cuentas NOW y SuperNOW ajustado por el mecanismo de aprendizaje.

$$rmocz_t = \ln(1 + \alpha_t RMOCZ_t).$$

Todos los tipos de interés están expresados en decimales y en tasas anuales. Los coeficientes estimados coinciden con los de BHS, con diferencias en los errores estándar de  $\Delta (m-p)_{t-4}$  y de  $\Delta p_t$ , que podrían deberse a errores tipográficos.

#### 4. Diagnósticos

En esta sección sometemos a la ecuación replicada a una batería de diagnósticos en una amplia gama de direcciones. Nuestro propósito es estudiar

la coherencia del modelo con la muestra y el comportamiento de los contrastes M y MID comparándolos con los contrastes LM tradicionales.

Antes de proceder a la comparación es conveniente saber si se va a detectar heteroscedasticidad. Para ello aplicamos una batería de diagnósticos tipo LM, sensibles a heteroscedasticidad estática y dinámica (ARCH), así como el contraste de heteroscedasticidad de White, cuyos resultados se sintetizan en el Cuadro 2, en el que no se detecta heteroscedasticidad.

CUADRO 2  
Contrastes de heteroscedasticidad efectuados  
en la ecuación definitiva de Baba, Hendry y Starr  
(1987)

Variable sospechosa	Estadístico t
(DMP) <sup>2</sup>	-0,2767
(MPY2) <sup>2</sup>	-0,6614
(AS) <sup>2</sup>	-0,9204
(ASZ) <sup>2</sup>	-0,5472
(RMZ) <sup>2</sup>	-0,3254
(dp) <sup>2</sup>	-1,1920
(AVA) <sup>2</sup>	-0,4712
(SAVA) <sup>2</sup>	-0,1596
(RMOZ) <sup>2</sup>	-0,0838
(DRMOZ) <sup>2</sup>	-0,6324
AVA*AS	-0,7713
DMP*RMOZ	-0,4197
DMP*DRMOZ	0,1815
DMP*AS	-0,5386
DMP*AVA	-0,3925
$\hat{u}_{t-1}^2$	-0,3114
$\hat{u}_{t-4}^2$	-0,6899

Notas: El valor crítico de la t al nivel del 99 % y 96 grados de libertad es 2,37.

En el Cuadro 3 presentamos los contrastes de autocorrelación de órdenes 1 al 8. Se observa evidencia de autocorrelación de órdenes 3 y 8, que podrían deberse a problemas derivados de la desestacionalización de los datos<sup>1</sup>. Los contrastes se llevan a cabo de forma individual para aislar cada uno de los posibles efectos. Los contrastes conjuntos tendrán, en general, menor potencia que los individuales.

El siguiente paso es aplicar una batería de contrastes de la MID a este modelo. Estos contrastes son sensibles a errores de especificación que causan inconsistencia de los estimadores de la matriz de varianzas de los parámetros estimados y pueden ser considerados contrastes LM de forma funcional y mala especificación dinámica. La derivación asintótica y el comportamiento en muestras finitas de estos contrastes se estudia en White (1987) y Pérez (1993 a y b).

<sup>1</sup> Los contrastes de heteroscedasticidad utilizados siguen siendo válidos, pues son poco sensibles a autocorrelación a los niveles encontrados. Véase Epps y Epps (1977).

CUADRO 3  
Comparación de contrastes de autocorrelación (contraste t)

Tipo de test	LM usual (inconsistente a heteroscedasticidad)	Consistente a heteroscedasticidad	Consistente a heteroscedasticidad, matriz de covarianzas insesgada
Orden			
1	0,80	0,81	0,49
2	-1,14	-1,47	-1,24
3	-1,74*	-2,55**	-2,57**
4	-1,34	-1,60	-1,47
5	0,19	0,26	0,45
6	0,42	0,68	0,50
7	-1,65	-1,55	-1,50
8	-3,97**	-3,15**	-3,27**

Notas: Bajo la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación serial del orden especificado, todos los estadísticos se deberían comportar como una  $t$  con 97 menos el orden y menos 13 grados de libertad. El número de grados de libertad va desde 83 para primer orden hasta 75 para octavo orden. Los estadísticos que son significativos al nivel del 5 % están marcados con una estrella y los que lo son al 1 % están marcados con dos estrellas.

Un ejemplo de estos contrastes es el que utiliza el indicador  $u_t u_{t-1} \Delta A y_{t-1}$ . Un contraste de la matriz de información dinámica basado en ese indicador se puede llevar a cabo, bajo homoscedasticidad, como  $nR^2$  de la regresión MCO de  $\hat{u}_t$  sobre  $\hat{u}_{t-1} \Delta A y_{t-1}$ ,  $X_t$ .

Conviene señalar la similitud entre este contraste y los contrastes LM tradicionales de autocorrelación. Este nuevo contraste puede ser interpretado como un contraste de autocorrelación con un parámetro que varía con uno de los regresores. Una versión consistente a heteroscedasticidad se computa como  $nR^2$  de la regresión MCO de

$$1 \text{ sobre } \hat{u}_t \hat{u}_{t-1} \Delta A y_{t-1}, \hat{u}_t X_t$$

El Cuadro 4 muestra los resultados de estos contrastes. Observamos la correspondencia entre los resultados de las diferentes versiones de los contrastes y cabe destacar el hecho de que ninguno de ellos rechaza la hipótesis nula en las direcciones elegidas<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Cabe señalar que en el caso de contrastes de la matriz de información *estática* se ha encontrado un comportamiento pobre en muestras finitas, véase Taylor (1987), Kennan y Neumann (1988), Orme (1990a y b) y Chesher y Spady (1991), lo que ha motivado diferentes correcciones de los contrastes: Chesher y Spady (1991), Orme (1990a) y Davidson y MacKinnon (1992). Sería de esperar que los contrastes de la matriz de información dinámica que usen la forma de producto exterior de la matriz de información también lo tengan. Así, sería más apropiado usar la versión de los contrastes LM, M y MID que utiliza la forma hessiana de la matriz de información.

CUADRO 4  
 Contrastes de forma funcional, no linealidades y especificación dinámica  
 (nuevos tests de la matriz de información dinámica)

Tipo de contraste Indicador	Inconsistente a heteroscedasticidad	Consistente a heteroscedasticidad
$\hat{u}_t \text{ ay}_{t-1} \hat{u}_{t-1}$	1,389	1,630 $\Delta$
$\hat{u}_t \text{ mpr}_{t-1} \hat{u}_{t-1}$	1,614	1,965 $\Delta$
$\hat{u}_t \text{ rmz}_{t-1} \hat{u}_{t-1}$	0,0735	0,0462
$\hat{u}_t \text{ ava}_{t-4} \hat{u}_{t-1}$	-0,0586	-0,0748
$\hat{u}_t \text{ ava}_{t-4} \text{ rmz}_{t-1} \hat{u}_{t-1}$	-0,529	-0,635
$\hat{u}_t \hat{u}_{t-1}^2$	-0,869	0,670
$\hat{u}_t \hat{u}_{t-1}^2 \text{ sava}_{t-1}$	0,263	0,329
$\hat{u}_t \hat{u}_{t-3}^2 \text{ dp}_{t-3}$	0,107	0,137

Notas: El número de grados de libertad para cada contraste es de 83, excepto para los tres últimos que es de 81. Los tres últimos son sensibles a efectos del tipo ARCH-M y ARCH-M generalizados. Los contrastes se comportarían asintóticamente como una variable aleatoria  $t$  bajo la hipótesis nula.

## 5. Conclusiones

Los contrastes de la matriz de información estática tienen problemas en muestras finitas, pero no es de esperar que los de la matriz de información dinámica también los tengan, debido a las dos diferencias que hay entre ellos:

1. Los contrastes de la matriz de información (MI) estática son del tipo de heteroscedasticidad, mientras que los MID son del tipo de autocorrelación. Es bien conocido que mientras los contrastes de heteroscedasticidad tienen problemas en muestras finitas, los de autocorrelación se comportan mejor.
2. Los contrastes MI usan la versión de producto exterior de la matriz de información mientras que los MID (al igual que los M y LM) pueden usar la forma del hesiano, que tienen generalmente un mejor comportamiento en muestras finitas, sobre todo en situaciones de homoscedasticidad condicional. Los resultados que se presentan en este trabajo apuntan en la dirección de un buen comportamiento de los contrastes M y MID.

Con respecto al modelo de BHS cabe destacar que supera los diagnósticos, excepto los de autocorrelación de órdenes 3 y 8, lo cual puede deberse a problemas con la desestacionalización de los datos.

## Referencias

- Baba, Y., Hendry, D. y Starr, R. (1987): «US money demand. 1960-1984», working paper 88-08, department of Economics, University of California San Diego aceptado para su publicación en *Review of Economics and Statistics*.



- Chesher, A. y Spady, R. (1991): «Asymptotic expansions of the information matrix test statistic» *Econometrica* 59, pp. 787-816.
- Davidson, R. y MacKinnon, J. G. (1992): «A new form of the information matrix test», *Econometrica* 60, pp. 145-158.
- Eicker, F. (1963): «Asymptotic normality and consistency of the least squares estimators for families of linear regressions», *The Annals of Mathematical Statistics* 34, pp. 447-456.
- Engle, R. F. (1984): «Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multipliers Tests», en *Handbook of Econometrics (Volume II)*, Griliches, Z. y Intriligator, M. (eds.), North Holland, Amsterdam, pp. 776-826.
- Epps, T. W. y Epps, M. L. (1977): «The robustness of some standard tests for autocorrelation and heteroskedasticity when both problems are present», *Econometrica* 45, pp. 745-753.
- Godfrey, L. G. (1988): *Misspecification tests in econometrics*, Econometric Society monographs 16, Cambridge University Press.
- Kennan, J. y Neumann, G. R. (1988): «Why does the information matrix test reject too often? a diagnosis of some Monte Carlo symptoms», Working Papers in Economics E-88-10, Hoover Institution, Stanford University.
- Newey, W. (1985): «Maximum likelihood specification testing and conditional moment tests», *Econometrica* 53, pp. 1047-1070.
- Orme, C. (1990a): «The small sample performance of the information matrix test», *Journal of Econometrics* 46, pp. 309-331.
- Orme, C. (1990b): «Double and triple length regressions for the information matrix test and other conditional moment tests», University of New York, mimeo.
- Pérez, T. (1993a): «Contrastes  $M$  y de la matriz de información dinámica con una aplicación a regresión lineal», *Estadística Española*, Vol. 35, 133, 291-317.
- Pérez, T. (1993b): «El comportamiento en muestras pequeñas de los contrastes  $M$  y de la matriz de información dinámica». *Estadística Española*. Vol. 35, 133, pp. 291-317.
- Rose, A. K. (1984): «An alternative approach to the american demand for money», mimeo, board of Governors of the Federal Reserve System.
- Taylor, L. W. (1987): «The size bias of the information matrix test», *Economics Letters* 24, pp. 63-67.
- White, H. (1980): «A heteroskedasticity consistent covariance matrix and a direct test for heteroskedasticity», *Econometrica* 48, pp. 817-838.
- White, H. (1987): «Specification testing in dynamic models», en *Advances in Econometrics*, Fifth World Congress, Vol. 1, pp. 1-58, Bewley, T. (editor), Cambridge University Press, New York.

## Abstract

This paper considers the behavior of  $M$  tests and dynamic information matrix tests applying them to the money demand equation for the US proposed by Baba, Hendry and Starr (1987). These tests behave reasonably well when confronted to these data and the model passes most diagnostics except those of autocorrelation of orders 3 and 8, which could be due to problems derived from the seasonal adjustment of the data.